



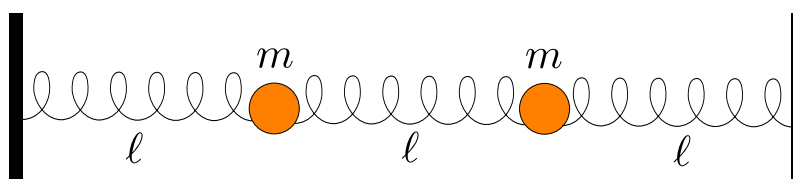
# FI-595 – Mecânica Clássica 2

1º Exercício Escolar – 18/04/2017

**ATENÇÃO:** A prova é composta por 3 questões com pesos iguais. Crédito parcial será dado conforme a demonstração do conhecimento do assunto. O tempo de prova é de 2:00 (duas horas). Letras em negrito referem-se a grandezas vetoriais.

Esta prova contém uma página.

**Problema 1:** Considere o sistema abaixo, consistindo de duas massas pontuais  $m$  e três molas com constante  $k$  com comprimento de equilíbrio  $\ell$ . A distância entre as paredes é de  $3\ell$ .



- Calcule a lagrangeana do sistema, e escreva as equações de movimento para cada partícula, supondo que as partículas só podem se mover na direção horizontal.
- Calcule os modos normais: explicita cada uma das frequências e esquematize o movimento de cada um deles.
- Suponha que agora as partículas possam se mover também na direção vertical. Esquematize o(s) modo(s) normais associados ao movimento nesta direção.

**Problema 2:** A Lagrangiana para uma partícula com carga  $e$  na presença de um campo magnético  $\mathbf{B}$  homogêneo e uniforme é dada por:

$$L = \frac{m}{2} \dot{\mathbf{r}}^2 - \frac{e}{2c} (\mathbf{B} \times \mathbf{r}) \cdot \dot{\mathbf{r}}.$$

- Calcule a hamiltoniana do sistema.
- Escreva as equações de Hamilton para um sistema de coordenadas conveniente.
- Esboce a trajetória do movimento no espaço de fase. [Sugestão: desenhe cada coordenada e momento conjugados em um gráfico separado.]

**Problema 3:** Considere a função do tempo definida pela série de Fourier:

$$f(t) = \frac{F_0}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{2\pi i n t / T}. \quad (1)$$

Note que  $f(t)$  é uma função periódica com período  $T$ , e  $f(t) = 0$  se  $t \neq nT$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .

Considere o oscilador harmônico amortecido com força motriz dada por:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f(t), \quad (2)$$

e ache uma solução particular para  $x(t)$  usando a identidade:

$$e^{ib\theta} = \frac{1 - e^{2\pi i b}}{2\pi i} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{in\theta}}{n - b}, \quad b \in \mathbb{C}.$$