Departamento de Física - Universidade Federal de Pernambuco

FI-595 – Mecânica Clássica 2

6ª Lista de Exercícios - Entrega dia 26/06/2017

Problema 1: Suponha que o espaço, e não o espaço-tempo, seja uma caixa, ou, em linguagem mais sofisticada, um 3-toro, de lado L. Com isto dizemos que há um sistema de coordenadas $x^\mu = \{t,x,y,z\}$ tal que todo ponto com coodenadas $\{t,x,y,z\}$ é identificado com todos pontos cujas coordenadas são $\{t,x+L,y,z\}$, $\{t,x,y+L,z\}$, ou $\{t,x,y,z+L\}$. Note que a coordenada temporal não se altera. Agora considere dois sistemas de referências, $\mathscr{O}$ e $\mathscr{O}'$, em que $\mathscr{O}$ está em repouso neste sistema de coordenadas (ou seja, suas coordenadas x, y e z não se modificam) e $\mathscr{O}'$ se move na direção de x com velocidade constante v. $\mathscr{O}$ e $\mathscr{O}'$ começam no mesmo evento (ponto), e enquanto $\mathscr{O}$ se mantém em repouso, $\mathscr{O}'$ dá uma volta completa no universo e encontra a trajetória de $\mathscr{O}$ sem precisar acelerar. Qual são os tempo próprios medidos por ambos nestas trajetórias? O resultado é consistente com seu entendimento da invariância de Lorentz?

Problema 2: (Goldstein 7-23) A teoria do movimento de foguetes desenvolvida no exercício 3, capítulo 1, não é mais válida no regime relativístico, em parte pois não há mais conservação da massa [Nota: não há mais conservação da energia e momento separadamente]. Ao invés disto, todas as leis de conservação são combinadas na conservação do quadri-momento; a mudança em cada componente do quadri-momento do foguete em um intervalo de tempo dt deve ser equiparada ao valor da mesma componente p_ν dos gases ejetados pelo foguete naquele mesmo intervalo. Mostre que, se não há forças externas atuando no foguete a equação diferencial para sua velocidade como função da massa é

$$m\frac{dv}{dm} + a\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = 0$$

onde a é a velocidade constante dos gases do escape *relativa ao foguete*. Verifique que a solução pode ser posta na forma

$$\beta = \frac{1 - \left(\frac{m}{m_0}\right)^{\frac{2a}{c}}}{1 + \left(\frac{m}{m_0}\right)^{\frac{2a}{c}}}$$

onde m_0 é a massa inicial do foguete. Já que a massa não é conservada, o que acontece com a massa que é perdida?

Problema 3: Um próton, que é visto pela Terra como um "raio cósmico", viaja pelo espaço a alta velocidade. Se a energia de centro de massa for grande o suficiente, ele pode colidir com um fóton da radiação cosmológica de fundo, cuja temperatura é de 2,74 K no seu referencial de repouso, e converter este próton em um próton e um píon (cuja massa é 140 MeV. O píon decai subsequentemente em partículas não observáveis, enquanto o próton terá uma energia menor que antes da colisão. Com qual energia mínima o raio cósmico terá antes desta reação se tornar impossível? Este limiar de reação é conhecido como "cutoff" de Griesen-Zatsepin-Kuzmin (GZK). A propósito, há indícios de que este limiar é violado, devido ao excesso de eventos acima desse limiar. Estes indícios corresponderiam a buracos negros supermassivos situados no centro de galáxias próximas.