



Departamento de Física - Universidade Federal de Pernambuco

## FI-595 – Mecânica Clássica 2

6ª Lista de Exercícios - Entrega dia 15/06/2017

**Problema 1:** (Goldstein 12-9) Considerando o trabalho executado para alterar adiabaticamente o comprimento  $\ell$  de um pêndulo planar, prove por meios elementares a invariância adiabática de  $J$  para um pêndulo no limite de pequenas oscilações.

**Problema 2:** A teoria mais aceita para o surgimento da Lua é via a colisão com um planetóide (chamado **Téia**) com cerca de  $1/3$  da massa da Terra que originalmente estava em um dos pontos de Lagrange da órbita da Terra ao redor do Sol. Com o passar do tempo, o efeito de fricção das Marés tem atrasado o dia Terrestres em cerca de

$$+2.3 \text{ ms/século.}$$

Use o conceito de invariância adiabática do sistema Terra-Lua para calcular quanto tempo se passou desde a colisão com Téia. Você pode precisar de quantidades como as massas e raios da Terra e Lua, e a distância atual entre os dois corpos. Use as aproximações que achar conveniente.

**Problema 3:** (Goldstein 12-11) Um pêndulo planar de pequena amplitude é restrito a se mover em um plano inclinado, como mostra a figura (ver livro). Como a amplitude muda quando o ângulo de inclinação  $\alpha$  do plano é mudado lentamente?

**Problema 4:** (Arnold §51) Na sequência dos primeiros dígitos dos números  $2^n$ :

$$1, 2, 4, 8, 1, 3, 6, 1, 2, 5, 1, 2, \dots \quad (1)$$

mostre que o número 7 aparece  $(\log 8 - \log 7)/(\log 9 - \log 8)$  vezes mais que o número 8.

**Problema 5:** (Arnold §51) Sejam 3 frequências independentes  $\omega_k$ , e  $a_k$  três números reais positivos. Calcule

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \arg \sum_{k=1}^3 a_k e^{i\omega_k t} \quad (2)$$

e mostre que o resultado é

$$\frac{1}{\pi}(\omega_1 \alpha_1 + \omega_2 \alpha_2 + \omega_3 \alpha_3),$$

onde  $\alpha_1, \alpha_2$  e  $\alpha_3$  são os ângulos de um triângulo com lados  $a_k$ . Este problema foi relevante para os estudos de Lagrange sobre o movimento médio dos periélios. A excentricidade da órbita da Terra varia como o módulo de uma soma análoga. Eras glaciais estão relacionadas com estas mudanças de excentricidade.

[http://www.indiana.edu/~geol105/images/gaia\\_chapter\\_4/milankovitch.htm](http://www.indiana.edu/~geol105/images/gaia_chapter_4/milankovitch.htm)