Departamento de Física - Universidade Federal de Pernambuco

FI-595 – Mecânica Clássica 2

4ª Lista de Exercícios - Entrega dia 25/05/2017

Problema 1: A partir do problema (Goldstein 9.21), use os parênteses de Poisson para mostrar que os Ds definidos nas letras (a) e (b) geram uma simetria dos sistemas com os dois Hamiltonianos.

Problema 2: (Goldstein 9.23): Por qualquer método da sua escolha, mostre que a seguinte transformação é canônica:

$$x = \frac{1}{\alpha}(\sqrt{2P_1}\,\mathrm{sen}\,Q_1 + P_2), \qquad p_x = \frac{\alpha}{2}(\sqrt{2P_1}\cos Q_1 - Q_2), \tag{1}$$

$$y = \frac{1}{\alpha}(\sqrt{2P_1}\cos Q_1 + Q_2), p_y = \frac{\alpha}{2}(\sqrt{2P_1}\,\mathrm{sen}\,Q_1 - P_2), \tag{2}$$

onde α é um parâmetro fixo.

Aplique a transformação para o problema de uma partícula de carga q movendo em um plano perpendicular a um campo magnético uniforme e constante $\mathbf{B}$. Expresse a função Hamiltoniana para esse problema nas coordenadas (Q_i,P_i) com o parâmetro α tomando o valor

$$\alpha^2 = \frac{qB}{c}. \tag{3}$$

Para esta hamiltoniana, obtenha as soluções das equações de movimento para esta partícula como função do tempo.

Problema 3: (Goldstein 10.14): Uma partícula de massa m move-se em uma dimensão sob um potencial $V = -k/|x|$. Para energias negativas, o movimento é limitado e oscilatório. Pelo método das variáveis de ação-ângulo ache uma expressão para o período de movimento como função da energia da partícula.

Problema 4: Considere a hamiltoniana

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{\lambda x^4}{4} \tag{4}$$

(a) Construa variáveis de ação-ângulo para esse sistema.

(b) Calcule o período do movimento usando funções elípticas.

(c) Esboce o gráfico da frequência do sistema como função da energia. Compare com o resultado para o pêndulo.

Problema 5: As variáveis ação-ângulo para o oscilador harmônico são escritas como:

$$p = \sqrt{2m\omega_0 J}\cos\theta, \qquad q = \sqrt{\frac{2J}{m\omega_0}}\,\mathrm{sen}\,\theta, \tag{5}$$

mas ao invés da hamiltoniana usual, escolha

$$H_\alpha = (\omega_0 J)^\alpha \tag{6}$$

(a) Calcule a frequência do movimento como função da energia.

(b) Dê uma solução para a equação de Hamilton-Jacobi para H_α para o seguinte problema de Cauchy:

$$S(x,t=0) = S_0 \tag{7}$$

onde S_0 é constante. Esboce as superfícies $S(x,t) = S_0$ para diferentes valores de t.