



FI-595 – Mecânica Clássica 2

2ª Lista de Exercícios - Entrega dia 25/04/2017

Problema 1: (Goldstein 9-6) O ponto de suspensão de um pêndulo simples de comprimento ℓ e massa m está restrito a se mover sobre uma parábola $z = ax^2$ no plano vertical. Derive uma função Hamiltoniana que governa o movimento do pêndulo e seu ponto de suspensão. Obtenha as equações de movimento de Hamilton.

Problema 2: (Goldstein 9-23) Uma partícula no plano se move sob a ação da força central cuja magnitude é

$$F = \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{\dot{r}^2 - 2\ddot{r}r}{c^2} \right),$$

onde r é a distância da partícula para o centro de força. Ache a Hamiltoniana para a partícula que se move sob a ação deste potencial.

Problema 3: (Goldstein 8.6) Uma hamiltoniana de um grau de liberdade tem a forma

$$H = \frac{p^2}{2\alpha} - bqpe^{-\alpha t} + \frac{ba}{2}q^2e^{-\alpha t}(\alpha + be^{-\alpha t}) + \frac{kq^2}{2}$$

onde a, b, α e k são constantes.

- Ache uma lagrangeana correspondente a esta hamiltoniana.
- Ache uma lagrangeana equivalente que não depende explicitamente do tempo.
- Qual é a hamiltoniana correspondente a esta segunda lagrangeana, e qual é a relação entre as duas hamiltonianas.

Problema 4: Considere a Lagrangeana:

$$L = -V(\mathbf{r}) \left(1 - \frac{\dot{\mathbf{r}}^2}{c^2} \right)^{1/2}$$

onde $V(\mathbf{r})$ é uma função positiva da posição apenas, e c uma constante com dimensões de velocidade. Calcule a Hamiltoniana associada e escreva as equações de Hamilton para o sistema.

Problema 5: Seja $g(\theta, \phi, \psi)$ uma matriz ortogonal parametrizada pelos ângulos de Euler. Considere a lagrangeana

$$L = -\frac{1}{2} \text{Tr } g^{-1} \dot{g} g^{-1} \dot{g}.$$

- Escreva a hamiltoniana do sistema em termos dos ângulos de Euler.
- Defina as componentes da corrente $J_L = g^{-1} \dot{g}$ como $J_L^i = \frac{1}{2} \text{Tr}(g^{-1} \dot{g} L_i)$. Calcule estas componentes e as compare com os momentos canônicos obtidos acima.
- Obtenha a “lagrangeana efetiva” para J^3 constante obtendo as equações de movimento e encontrando uma ação que resulte nelas.
- Obtenha a lagrangeana efetiva para $J^+ = J^1 + J^2$ constante. Qual a diferença para o caso anterior?