



## FI-595 – Mecânica Clássica 2

1ª Lista de Exercícios - Entrega dia 04/04/2017

**Problema 1:** (Lemos 5.7) Um aro fino de massa  $m$  e raio  $R$  oscila num plano vertical com um ponto fixo  $O$ . Ao longo do aro desliza sem atrito uma conta com a mesma massa  $m$ .

(a) Mostre que a lagrangiana do sistema é

$$L = \frac{3mR^2}{2} \dot{\theta}_1^2 + \frac{mR^2}{2} \dot{\theta}_2^2 + mR^2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + 2mgR \cos \theta_1 + mgR \cos \theta_2.$$

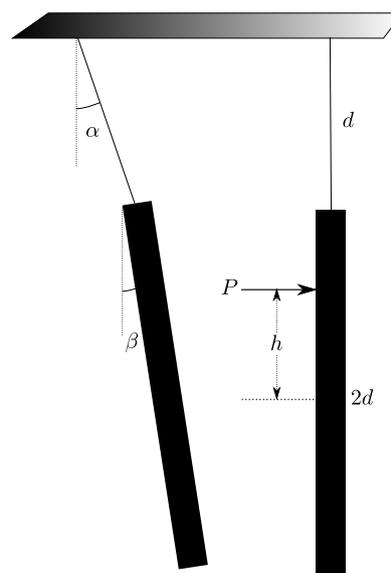
onde  $\theta_1$  é o ângulo que a reta entre  $O$  e centro do aro faz com a vertical e  $\theta_2$  é o ângulo que a reta entre o centro do aro e a conta faz com a vertical.

- (b) Considerando pequenas oscilações, encontre as frequências características e os modos normais de vibração. Represente graficamente os modos normais.
- (c) Obtenha a solução das equações de movimento com as condições iniciais  $\theta_1(0) = 0$ ,  $\theta_2(0) = \theta_0$  e  $\dot{\theta}_1(0) = \dot{\theta}_2(0) = 0$ .
- (d) Determine a matriz modal e as coordenadas normais do sistema.

**Problema 2:** (Goldstein 6.13) Duas partículas pontuais de massas iguais  $m$  estão ligadas umas às outras e a pontos fixos por três molas ideais iguais de constante  $k$ . O arranjo das massas e molas é linear e estamos interessados apenas no movimento longitudinal. O comprimento de repouso das molas é  $a$ . Cada massa tem uma carga elétrica positiva e assim se repelem de acordo com a lei de Coulomb. Construa a equação secular e ache as autofrequências.

**Problema 3:** Uma corda ideal e sem massa de comprimento  $d$  é presa a uma barra de massa  $m$  e comprimento  $2d$ . A combinação é suspensa do teto sob um campo gravitacional de aceleração  $g$ . O movimento é confinado a um plano, e os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  são pequenos. O momento de inércia da barra ao redor de seu centro é dado  $I = md^2/3$ .

- (a) Calcule as frequências dos modos normais das pequenas oscilações em termos de  $\omega_0^2 = g/d$ .
- (b) Para cada modo normal, ache a relação entre  $\alpha$  e  $\beta$ .
- (c) Com a barra inicialmente pendurada em repouso, um pequeno impulso  $P$  é aplicado a uma distância  $h$  acima do centro de massa da barra. Ache o valor de  $h$  para o qual apenas o modo de menor frequência é excitado.



**Problema 4:** Considere um arranjo de 4 massas  $m$  e 6 molas ideais idênticas (de constante  $k$ ), arrajandas de forma que as massas e molas ocupem respectivamente os vértices e arestas de um tetraedro regular. Ache as frequências dos modos normais de vibração como função de  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ .

**Problema 5:** Um modelo de cristal unidimensional está esquematizado abaixo, com  $N$  partículas de massa  $m$  distribuídas uniformemente em um círculo, ligadas por molas de constante  $k$ . Calcule os modos normais e as autofrequências em termos de  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ .

