



# FI-592 – Mecânica Clássica 1

3º Exercício Escolar – 02/12/2016

**ATENÇÃO:** A prova é composta por 3 questões com pesos iguais. Crédito parcial será dado conforme a demonstração do conhecimento do assunto. O tempo de prova é de 2:00 (duas horas). Letras em negrito referem-se a grandezas vetoriais.

Esta prova contém uma página.

**Problema 1:** Um referencial não-inercial  $N$  move-se em duas dimensões segundo a trajetória:

$$x(t) = \alpha t \cos \omega t, \quad y(t) = \alpha t \sin \omega t, \quad z(t) = z_0.$$

onde  $\alpha$ ,  $\omega$  e  $z_0$  são constantes.

- Na base fixa  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ , escreva os vetores unitários  $\hat{e}_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , que compõem a base de  $N$ . [Sugestão: a base de  $N$  é composta por vetores tangentes e normais à trajetória.]
- Use a resposta acima para escrever a Segunda Lei de Newton neste referencial. Identifique os termos extras.

**Problema 2:**

- Calcule o tensor de inércia para um aro fino circular de raio  $R$ , massa  $M$  e densidade constante que gira em torno de seu centro de massa:

$$I_{ij} = \int dV \rho (r^2 \delta_{ij} - r_i r_j) \quad (1)$$

[Sugestão: a integral em coordenadas cilíndricas se reduz a um único valor de  $\rho$  e  $z$ :

$$\int dV \rightarrow \int_0^{2\pi} d\phi.$$

e use  $x = \rho \cos \phi$ ,  $y = \rho \sin \phi$ .]

- Encontre e esboce os eixos normais de rotação.
- Na ausência de torques externos, calcule as frequências de precessão em torno de cada eixo e discuta a estabilidade destes movimentos.

**Problema 3:**

- Use o teorema dos eixos paralelos:

$$I'_{ij} = I_{ij} - M(a^2 \delta_{ij} - a_i a_j),$$

para escrever o tensor de inércia do aro acima no caso em que um dos pontos do aro está fixo.

- Dadas as componentes da velocidade angular de um corpo rígido em termos dos ângulos de Euler,

$$\omega_1 = \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \sin \theta \sin \phi, \quad \omega_2 = \dot{\theta} \sin \phi - \dot{\psi} \sin \theta \cos \phi, \quad \omega_3 = \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\phi}.$$

Escreva uma expressão para a Lagrangiana decorendo o movimento rotacional do aro sob a ação de um campo gravitacional constante e liste as quantidades conservadas.