Departamento de Física - Universidade Federal de Pernambuco

FI-592 – Mecânica Clássica 1

2º Exercício Escolar – 27/10/2016

ATENÇÃO: A prova é composta por 3 questões com pesos iguais. Crédito parcial será dado conforme a demonstração do conhecimento do assunto. O tempo de prova é de 2:00 (duas horas). Letras em negrito referem-se a grandezas vetoriais.

Esta prova contém uma página.

Problema 1: Mostre que o caminho mais curto entre dois pontos sobre o hiperbolóide de uma folha:

$$x^2 + y^2 - z^2 = R^2,$$

pode ser obtido a partir da interseção do hiperbolóide com um plano que passa pela origem. [Sugestão: use as equações de Euler-Lagrange com uma condição auxiliar imposta via multiplicadores de Lagrange.]

Problema 2: Uma partícula de massa m está confinada a uma parábola de equação $z = x^2/a$, $y = 0$ na presença de um campo gravitacional constante $-g\hat{z}$. A parábola é então colocada para girar em torno do seu eixo (z) com velocidade angular constante ω.

(a) Escreva a lagrangeana da partícula. [Sugestão: o elemento de linha em coordenadas cilíndricas é $ds^2 = d\rho^2 + \rho^2 d\theta^2 + dz^2$.]

(b) Derive a equação de movimento para a partícula.

(c) Ache a posição de equilíbrio da partícula.

Problema 3: Considere uma partícula de massa m se movendo sob o potencial central $U(r)$.

(a) Ache a equação da órbita $r(\theta)$ para um potencial geral $U(r)$.

(b) Ache o potencial para o qual a órbita é uma espiral exponencial $r(\theta) = r_0 e^{\alpha\theta}$.

(c) O potencial do item (b) admite órbitas circulares? Se sim, escreva o raio da órbita em termos da energia e dos parâmetros do potencial.