Departamento de Física - Universidade Federal de Pernambuco

FI-592 – Mecânica Clássica 1

9ª Lista de Exercícios - Entrega dia 22/11/2016

Problema 1: (MT:10-9) Se um projétil é disparado na direção oeste a partir de um ponto da superfície terrestre em uma latitude λ norte com uma velocidade de magnitude V_0 a um ângulo de inclinação em relação à horizontal α, mostre que a deflecção lateral quando o projétil atinge a Terra é:

$$d = \frac{4V_0^3}{g^2}\omega \operatorname{sen}\lambda \operatorname{sen}^2\alpha \cos\alpha.$$

Problema 2: (MT:10-15) Considere uma partícula se movendo sob a ação de um potencial central $U(r)$. Reescreva a lagrangeana em termos de um sistema de coordenadas em rotação uniforme com respeito a um sistema inercial. Calcule a hamiltoniana e determine se $H = E$. H é uma constante de movimento? Se E não é uma constante de movimento, por que não? A expressão para a hamiltoniana é obtida a partir da fórmula padrão $1/2mv^2 + U(r)$ mais um termo adicional. Mostre que este termo adicional é a *energia potencial centrífuga*. Use a lagrangiana que você obteve para reproduzir as equações de movimento dadas na Equação 10.25 no texto (sem os segundo e terceiro termos).

Problema 3: Analise o movimento de uma pequena partícula teste na presença de dois corpos muito massivos (como a Terra ao redor do Sol) sob a ação da gravidade. Suponha que os corpos massivos de massa m_1,m_2 estejam em uma órbita circular.

(a) Escreva a lagrangeana para a partícula pequena $m \ll m_1$,m_2 no referencial girante em que os corpos massivos estejam em repouso identificando as interações gravitacionais, a força centrífuga e a força de Coriolis.

(b) Estude o "potencial efetivo" para a pequena partícula e mostre que há exatamente 5 pontos de mínimo: estes são chamados *pontos de Lagrange*.

(c) Mostre que apenas 2 destes cinco pontos são estáveis.

Para ler mais: http://math.ucr.edu/home/baez/lagrange.html

Problema 4: Um planeta é formado de um líquido com densidade constante ρ. Este planeta tem volume fixo, mas tem também um momento angular L, o que faz que sua forma esférica seja deformada para um elipsóide. Calcule a excentricidade do elipsóide em função de ρ e da densidade total de momento angular $\ell = L/M$. [Dica: Use a definição de pressão, e argumente o porquê de se poder usar a equação de Bernoulli para encontrar a forma do planeta.]