



FI-592 – Mecânica Clássica 1

4ª Lista de Exercícios - Entrega dia 13/09/2016

Problema 1: Um pêndulo simples tem a equação de movimento dada por:

$$m\ell^2\ddot{\theta} = -mgl \sin \theta,$$

e está inicialmente em repouso em seu ponto de equilíbrio estável. No momento $t = 0$ o pêndulo adquire energia cinética igual a $E_0 = 2mgl$.

- Mostre que o tempo que o pêndulo chegará a seu ponto de equilíbrio instável é infinito.
- Elabore sobre o ponto anterior, assumindo que a energia dada ao pêndulo é $E = E_0 - \epsilon$, com $\epsilon > 0$, e calcule o tempo que o pêndulo chegará à amplitude máxima como função de ϵ . Apresente uma forma assintótica da divergência do tempo em termos de ϵ .

Problema 2: (Landau §29) Determine a função resposta $A(\omega)$ para $\omega = 3\omega_0 + \epsilon \approx 3\omega_0$ no caso do oscilador não-linear forçado.

Problema 3: No sítio <https://is.gd/htDdNs> encontra-se um pequeno código que integra a equação diferencial do oscilador harmônico forçado, dada por

$$\ddot{x} + 5\dot{x} + 10x = 4 \cos(5t),$$

A partir do código, use um software como o origin ou SciDAVis <http://scidavis.sourceforge.net> e construa gráficos para $x(t)$ como função de t . Variando a frequência ω da força motriz, use esses resultados para construir um gráfico da amplitude da resposta A como função de ω , após os efeitos transientes. Anexe o gráfico de $A(\omega)$ versus ω em uma região que contenha a frequência de ressonância e verifique a fórmula encontrada em sala. [Sugestão: mesmo sendo grátis, o processo de copiar e colar o resultado do código no SciDAVis é lento. Você pode otimizar o processo usando um compilador C no seu próprio computador. O código pode – e deve – ser modificado para calcular $A(\omega)$ diretamente!]

Problema 4: Modifique o código do problema anterior para resolver o problema forçado não-linear:

$$\ddot{x} + 5\dot{x} + 100x + \beta x^3 = F \cos(\omega t),$$

E construa o gráfico da resposta permanente $A(\omega)/F$ para vários valores de F (O resultado deve estar contido em um único gráfico). Você consegue achar o valor de F para o qual começa a haver o fenômeno de histerese?