



FI-452 – Física Matemática 2A

2ª Lista de Exercícios - Entrega dia 18/11/2013

Problema 1: (Iório & Iório I.1) Classifique as equações abaixo segundo o tipo e coloque-as na sua forma normal:

- (a) $4\partial_{xx}^2 u + 12\partial_{xy} u + 5\partial_{yy}^2 u = 6\partial_x u - \partial_y;$
- (b) $\partial_{xx}^2 u - 4\partial_{xy}^2 u + 4\partial_{yy}^2 u = 4 + 2\partial_x u;$
- (c) $\partial_{xx}^2 u + 6\partial_{xy}^2 u + 9\partial_{yy}^2 u = xyu;$
- (d) $(1 + x^2)^2 \partial_{xx}^2 u - 2(1 + x^2)(1 + y^2) \partial_{xy}^2 u + (1 + y^2)^2 \partial_{yy}^2 u = 0;$
- (e) $(1 + x^2)^2 \partial_{xx}^2 u - (1 + y^2)^2 \partial_{yy}^2 u = 0;$
- (f) $\partial_{xx}^2 u + (1 + x^2)^2 \partial_{yy}^2 u = 0.$

Problema 2: Escreva o laplaciano em coordenadas esféricas de dimensão n :

$$ds^2 = dr^2 + r^2(d\theta_1^2 + \sin^2 \theta_1(d\theta_2^2 + \dots + \sin^2 \theta_{n-2} d\theta_{n-1}^2) \dots).$$

Use separação de variáveis para escrever n EDOs para cada coordenada, e resolva a equação radial. Discuta a relação deste problema com o potencial de uma carga pontual q em n dimensões.

Problema 3: Escreva a solução para a densidade de um gás difundindo entre duas placas paralelas com separação infinitesimal a partir de um ponto com fluxo constante. O problema é intrinsecamente bidimensional e pode ser resolvido com funções de Green.

Problema 4: A equação de uma onda viajando na velocidade da luz no *espaço-tempo de Gödel* é dada pelo “laplaciano” associado ao elemento de linha:

$$d\tau^2 = \frac{1}{2\omega^2} \left(-(dt + e^x dz)^2 + dx^2 + dy^2 + \frac{1}{2} e^{2x} dz^2 \right).$$

- (a) Calcule o operador de onda associado.
- (b) Verifique se o operador obtido é realmente hiperbólico para todos os valores das coordenadas.
- (c) Aplique separação de variáveis e escreva as EDOs correspondentes.