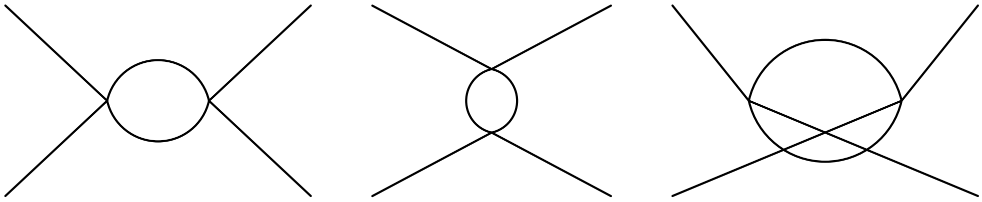
Departamento de Física - Universidade Federal de Pernambuco

FIS712 - Teoria Quântica 2

5ª Lista de Exercícios – 14/06/2012

Problema 1: Abaixo estão as três contribuições em primeira ordem para a amplitude de espalhamento na teoria $\lambda\phi^4$:



(a) Use as regras de Feynman para escrever cada uma das integrais associadas aos diagramas. Mostre que o efeito de primeira ordem pode ser incorporado nas regras de Feynman se associarmos ao vértice a quantidade

$$-i\mathcal{M} = -i\lambda + (-i\lambda)^2(iV(s) + iV(t) + iV(u))$$

onde $s = (p_1 + p_2)^2, t = q^2 = (p_1 - p_3)^2$ e $u = (p_1 - p_4)^2$, onde p_1 e p_2 são os momentos de entrada e p_3 e p_4 os momentos de saída.

(b) Analise a função $V(p^2)$. Faça primeiro uma "rotação de Wick" no momento, onde $p_E = (ip_0, \vec{p})$, e calcule a integral assumindo um valor máximo de $|p_E| = \Lambda$, até ordem $\mathcal{O}(\Lambda^0)$.

(c) Suponha que o valor da constante de acoplamento é medida quando as partículas estão em repouso relativo. Em primeira ordem, este valor não é o parâmetro da lagrangeana λ, mas sim:

$$-i\lambda_{\text{fis}}(0) = -i\lambda + (-i\lambda)^2(iV(4m^2) + 2iV(0)).$$

Calcule, em primeira ordem, a mudança de $\lambda_{\text{fis}}(q^2)$ com o momento transverso. Mostre que $\lambda_{\text{fis}}(q^2)$ é função de λ_{fis} e q^2, mas não depende de Λ e assim é livre de divergências.

Problema 2: (Fetter & Walecka 4.1) Um sistema fermiônico uniforme com spin s tem uma interação da forma do potencial $V(\mathsf{x}) = V_0 r^{-1} e^{-r/a}$

(a) Calcule a auto-energia na aproximação de Hartree-Fock. Desta forma ache o espectro de excitação e a energia de Fermi $\epsilon_F = \mu$.

(b) Mostre que a contribuição de "exchange" para ϵ_F é desprezível para a interação de longa distância $k_F a \gg 1$, mas os termos diretos de "exchange" são comparáveis com ϵ_F para uma interação de curto alcance $k_F a \ll 1$.

(c) Nesta aproximação'mostre que a massa efetiva m^* é determinada apenas pela contribuição de "exchange". Calcule m^*, e discuta os casos limites $k_F a \gg 1$ e $k_F a \ll 1$.

(d) Qual a relação entre o limite $a \to \infty$ deste modelo e um gás de elétrons em um "background" uniforme e positivo?

Problema 3: (Fetter & Walecka 6.5) Considere um gás de Bósons sem spin, denso e carregado em um "background" uniforme e incompressível (para neutralizar as cargas).

(a) Mostre que o espectro de excitação é dado por $E_k \approx \sqrt{(\hbar\Omega_{pl})^2 + (\epsilon_k^0)^2}$ onde Ω_{pl} é a frequência de plasma [Eq. (15.4)]; compare esta expressão com aquela derivada na Sec. 22.

(b) Mostre que a energia de depleção e do estado fundamental E são dadas em primeira ordem por $(n - n_0)/n = 0{,}211 r_s^{3/4}$ e $E/N = -0{,}803 r_s^{-3/4} e^2/2a_0$, respectivamente, onde $r_s = 3/4\pi n a_0^3$ e $a_0 = \hbar^2/m_B e^2$, e m_B é a massa do bóson.

(c) Deduza o potencial químico e a pressão do estado fundamental. Interprete seus resultados.