



FI-206 – MECÂNICA L1

2º EXERCÍCIO ESCOLAR – 07/06/2011

ATENÇÃO: A prova é composta por 3 questões com pesos iguais. Crédito parcial será dado conforme a demonstração do conhecimento do assunto. O tempo de prova é de 1:30 (uma hora e trinta minutos). Letras em negrito referem-se a grandezas vetoriais.

ESTA PROVA CONTÉM UMA PÁGINA.

PROBLEMA 1: ARGUMENTE se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas:

- Um sistema harmônico, quando perturbado por um pequeno potencial αx^3 , vai apresentar dobramento da frequência.
- No diagrama de fase, se uma temos uma órbita fechada com energia constante, as órbitas com energia menor também serão fechadas.
- Para um sistema com frequência dependente da amplitude, o fenômeno de ressonância é mais pronunciado.
- A assertiva “O raio vetor que liga um planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais” é uma decorrência da conservação do momento angular e é válida para qualquer potencial central.
- Órbitas fechadas são um fenômeno genérico em sistemas com força central.

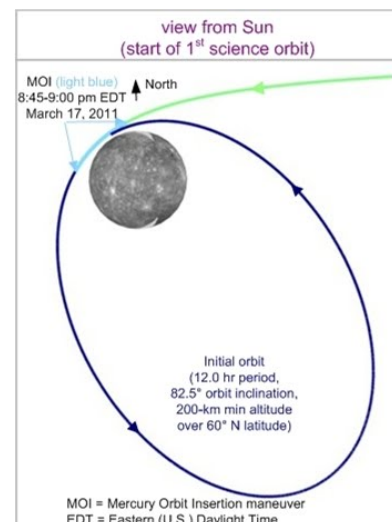
PROBLEMA 2: Um oscilador harmônico amortecido satisfaz a seguinte equação de movimento:

$$\ddot{x}(t) + 2\beta\dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = f_1 \cos(\omega t) + f_2 \cos(2\omega t)$$

- Trabalhando com variáveis complexas, encontre uma solução particular da equação acima $z(t) = z_1(t) + z_2(t)$, onde z_1 é obtida apenas com o efeito de f_1 e z_2 apenas com o efeito de f_2 .
- Suponha que ω seja a frequência de ressonância, e que $f_1 = f_2$. Calcule a razão entre a amplitude causada por f_1 e aquela causada por f_2 .

PROBLEMA 3: O diagrama abaixo mostra a manobra de inserção da sonda espacial MESSENGER na órbita de Mercúrio. A massa de mercúrio é $M_{\text{M}} = 3,3022 \times 10^{23}$ kg, e seu raio é $r_{\text{M}} = 2440$ km. A constante da gravitação universal é $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N · m²/kg².

- Calcule o semi-eixo maior da órbita com base na segunda lei de Kepler e das informações passadas sobre o raio mínimo (não se esqueça de adicionar o raio do planeta!) e do período. Trabalhe de forma algébrica e substitua os números no final.
- Suponha que a órbita inicial seja parabólica ($E = 0$), e calcule a potência média dos motores durante os 15 min de inserção para que o satélite pudesse entrar na órbita elíptica.



Equação da órbita: $\frac{1}{r} = \frac{mk}{\ell^2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2\ell^2 E}{mk^2}} \cos \theta \right)$; Segunda Lei de Kepler: $\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \dot{\theta}$