MECÂNICA LI

1º E.E. — Gabarito

Problema 1:

a) <u>Falso</u>. $\vec{\nabla}\times\vec{F} = -2z\hat{y} - 3x\hat{z} \neq 0$ e assim não existe U tal que $\vec{F} = -\vec{\nabla}U$

b) <u>Verdadeiro</u>: Se $\vec{A}\times\vec{X} = \phi$ e $\vec{A}\times\vec{X} = \vec{C}$, então $\vec{A}\times\vec{C} = \vec{A}\times(\vec{A}\times\vec{X}) = (\vec{A}\cdot\vec{A})\vec{X} - (\vec{A}\cdot\vec{X})\vec{A} = A^2\vec{X} - \phi\vec{A}$ e assim $\vec{X} = \frac{1}{A^2}(\vec{A}\times\vec{C} + \phi\vec{A})$.

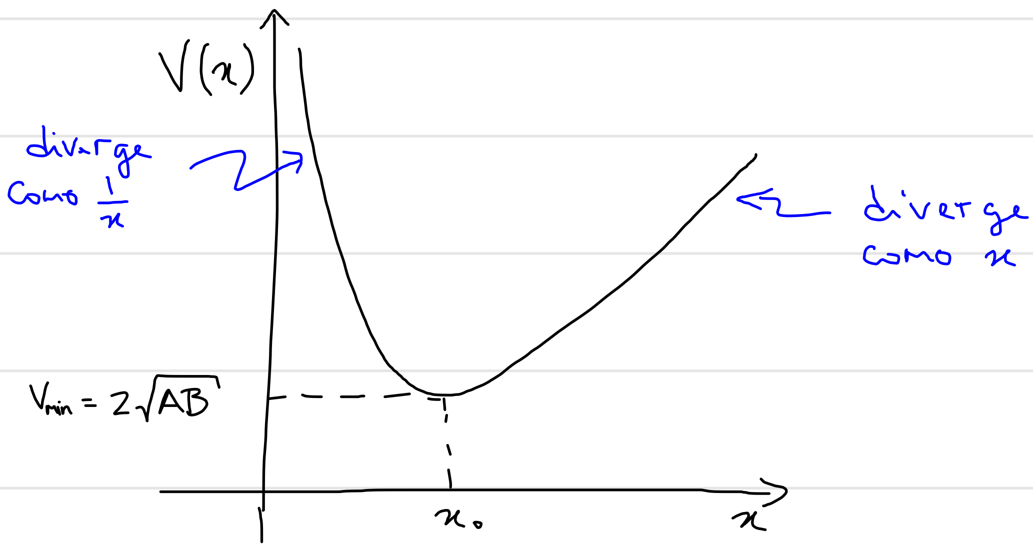
c) <u>Falso</u>: a mecânica clássica pode ser aplicada desde de sistemas nanométricos até aglomerados de galáxias ($\sim 10^{22}$ m).

d) <u>Verdadeiro</u>: para sistemas conservativos pode ser verificado diretamente que a terceira Lei força a energia potencial a depender apenas das posições relativas das particulas.

e) <u>Verdadeiro</u>: por definição, um referencial inercial é aquele em que um corpo move-se em linha reta na ausência de forças externas.

Problema 2:

a) para $x \to 0$; $V(x)$ diverge, assim como para $x \to \infty$. $V(x)$ tem apenas um ponto crítico $V'(x) = -\frac{A}{x^2} + B$; que se anula para $x_0 = \sqrt{AB}$, pode se ver que $V''(x_0) = +\frac{2A}{x_0^3} > 0$ e assim o ponto é de mínimo.



b) Nos pontos de retorno, a energia cinética é zero e assim:

$$E = V(x_r) = \frac{A}{x_r} + Bx_r \Longrightarrow Bx_r^2 - Ex_r + A = 0$$

O que nos dá dois pontos para qualquer $E > V_{min}$. $x_r = \frac{E \pm \sqrt{E^2 - 4AB}}{2B}$.

c) Da conservação da energia temos uma solução formal para $x(t)$:

$\frac{m}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = E - V(x) \Longrightarrow \frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}\left(E - \frac{A}{x} - Bx\right)}$, ou $\Delta t = \int_a^b \frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m}(E - \frac{A}{x} - Bx)}}$, que é o tempo necessário para percorrer a distância entre a e b. Como o tempo necessário para ir de um ponto de retorno a outro é metade do período, temos:

$$T = 2\int_{x_{r-}}^{x_{r+}} \frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m}(E - \frac{A}{x} - Bx)}}$$

Problema 3:

a) A velocidade $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = +l\dot{\theta}\left(-\text{sen}(\theta+\alpha)\hat{\imath} + \cos(\theta+\alpha)\hat{\jmath}\right)$. Como $\vec{\Omega} = -\Omega\hat{\jmath}$, temos que a força de Coriolis: $\vec{F}_c = -2m\vec{\Omega}\times\vec{v} = -2ml\Omega\dot{\theta}\,\text{sen}(\theta+\alpha)\,\hat{\jmath}\times\hat{\imath} = +2ml\Omega\dot{\theta}\,\text{sen}(\theta+\alpha)\,\hat{k}$, onde $\hat{k}$ aponta para dentro do papel.

b) No limite de $\dot{\theta}$ grande e constante, argumenta-se que a inércia rotacional é grande, e assim, em um referencial inercial, o sistema vai manter seu eixo de rotação. Assim, o sistema girará no referencial girante.