



FI-206 – Mecânica L1

3ª Lista de Exercícios - Entrega dia 07/07/2011

Problema 1: Considere o caso do “pião dormente”, posto para girar em relação ao eixo vertical $\theta = 0$. Expanda U_{ef} em série de Taylor ao redor deste ponto e mostre que o movimento é estável desde que

$$\omega_3^2 > \frac{4mglI_1}{I_3^2}.$$

Calcule a frequência de oscilações se esta condição é satisfeita. Quanto é esta frequência para valores razoáveis de um pião de brinquedo? O que acontece quando a fricção atua no sistema?

Problema 2: (MT 11-11) Um cubo homogêneo, cada aresta do qual com comprimento ℓ , está inicialmente em uma posição de equilíbrio instável com uma aresta em contato com o um plano horizontal. O cubo então é mexido e começa a cair. Mostre que a velocidade angular do cubo quando uma face atinge o plano é dada por

$$\omega^2 = A \frac{g}{\ell} (\sqrt{2} - 1)$$

onde $A = 3/2$ se a aresta não desliza sobre o plano e $A = 12/5$ se há deslizamento sem atrito.

Problema 3: A curva que um fio inextensível faz quando tem suas extremidades suspensas e separadas por uma distância horizontal é uma *catenária*. Sua equação diferencial é

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\mu g}{c} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2},$$

onde μ , g e c são constantes. Ache uma lagrangeana cujas equações de Euler-Lagrange resultem nesta equação.

Problema 4: (MT 7-17) Uma partícula com massa m pode se mover livremente sobre um fio AB cuja distância perpendicular para a origem O é h (veja a figura abaixo). A linha OC gira ao redor da origem com uma velocidade angular constante $\dot{\theta} = \omega$. A posição da partícula pode ser descrita em termos de um ângulo θ e da distância q para o ponto C . Se a partícula está sujeita a uma força gravitacional, e se as condições iniciais forem

$$\theta(0) = 0, \quad q(0) = 0, \quad \dot{q}(0) = 0$$

mostre que a dependência temporal da coordenada q é

$$q(t) = \frac{g}{2\omega^2} (\cosh \omega t - \cos \omega t)$$

Esboce este resultado. A energia total é conservada?

