Universidade Federal de Pernambuco
Departamento de Física

Física L2 – Prova Final – 11 de outubro de 2006

Gabarito.

Problema 1: Um operário encontra-se sobre um andaime de 5,0 m de comprimento e massa desprezível, sustentado por duas cordas verticais. Sabendo que operário, de 60 kg, localiza-se na posição 2,0 m, em relação à uma das extremidades, calcule a força de tração nas duas cordas que sustentam o andaime.

Resposta: $P = T_1 + T_2$ (eq. das forças) e

$$P \cdot 2\,\mathrm{m} = T_2 \cdot 5\,\mathrm{m} \Longrightarrow T_2 = \frac{60\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} \cdot 2\,\mathrm{m}}{5\,\mathrm{m}} \Longrightarrow \boxed{T_2 = 240\,\mathrm{N}}$$

Portanto, $T_1 = 600\,\mathrm{N} - 240\,\mathrm{N} \Longrightarrow \boxed{T_1 = 360\,\mathrm{N}}$.

Problema 2: Um satélite em órbita geoestacionária tem um período de rotação em torno da Terra de $T = 24\,\mathrm{h}$. Aparenta assim estar parado em relação a um ponto fixo no planeta. Dados: $M_\oplus = 5{,}98 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$, $R_\oplus = 6370$ km e $G_N = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$.

(a) Calcule a altura de uma órbita geoestacionária circular.

Resposta: Para uma órbita circular, a aceleração centrípeta é igual à atração gravitacional:

$$m\frac{v^2}{r} = \frac{GM_\oplus m}{r^2} = m\frac{2\pi}{T}r \Longrightarrow \boxed{r^3 = \frac{GM_\oplus}{4\pi^2}T^2}$$

Para $T = 24\,\mathrm{h}$, o raio é:

$$r \approx 4{,}225 \times 10^7\,\mathrm{m} = 42250\,\mathrm{km} \tag{1}$$

o que resulta em uma altura de $\boxed{h = r - R_\oplus = 35880\,\mathrm{km}}$.

(b) Calcule quanta energia por kilograma é necessária para que se coloque um satélite nesta órbita.

Resposta: Em uma órbita circular temos a contribuição de ambas energias cinética e potencial:

$$E_\circ = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GM_\oplus m}{r} = -\frac{GM_\oplus m}{2r}$$

onde usamos a equação acima para a energia cinética em termos da potencial multiplicando a equação da força centrípeta por r. A Energia que o corpo tem no solo é, por outro lado:

$$E_{\mathrm{solo}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GM_\oplus m}{r} = \frac{2\pi^2 m R_\oplus^2}{T^2} - \frac{GM_\oplus m}{R_\oplus} \approx -\frac{GM_\oplus m}{R_\oplus}$$

onde usamos $v = \omega R_\oplus$ and $\omega = 2\pi/T$, que é conhecido. A aproximação final, onde desprezamos a energia cinética, pode ser justificada por cálculo direto, mas intuitivamente temos que o período de uma órbita a altura $R_\oplus$, onde a energia potencial gravitacional é comparável com a energia cinética, é muito pequeno. Assim nosso período de órbita $T = 24\,\mathrm{h}$ deve ter energia cinética muito menor que a energia potencial gravitacional. Dividindo ambas equações por m (a massa do satélite) e calculando, teremos:

$$\begin{aligned} \frac{E_\circ}{m} &= -4{,}72 \times 10^6\,\mathrm{J/kg} \\ \frac{E_{\mathrm{solo}}}{m} &= -6{,}26 \times 10^7\,\mathrm{J/kg} \end{aligned} \tag{2}$$

Subtraindo ambas as contribuições, teremos a energia que será necessária para colocar um satélite em órbita geoestacionária:

$$\boxed{\frac{\Delta E}{m} = 5,79 \times 10^7\,\mathrm{J/kg}} \tag{3}$$

que corresponde a 120 kg de gasolina para cada kilograma de satélite.

Problema 3: Um tubo de 1 m é fechado em ambas as extremidades. A velocidade do som é $v_s = 343\,\mathrm{m/s}$.

(a) Calcule as frequências de ondas sonoras estacionárias no interior do tubo.

Resposta: Como o tubo é fechado em ambas as partes, devemos ter um nó em cada lado do tubo. Com isto o comprimento de onda deve ser um divisor inteiro de 2 m. Assim a frequência do n-ésimo harmônico será:

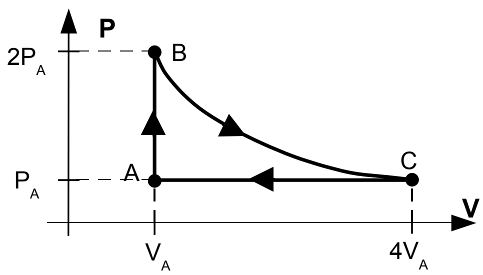
$$\boxed{\nu_n = n\frac{v_s}{2L} = 171{,}5n\,\mathrm{Hz}} \tag{4}$$

ou $\nu = 171{,}5\,\mathrm{Hz}, 343\,\mathrm{Hz}, 514{,}5\,\mathrm{Hz}, \ldots$

(b) Um diapasão a $f = 440\,\mathrm{Hz}$ é colocado em contato com o tubo. Com qual frequência o tubo ressoará?

Resposta: A resonância acontece quando a frequência da força motriz for mais próxima possível de uma das frequências naturais do sistema, que neste caso foram calculados acima. Como a frequência do diapasão está mais próxima do terceiro harmônico do tubo, teremos que este ressoará com $\boxed{514{,}5\,\mathrm{Hz}}$.

Problema 4: Um gás, confinado em um recipiente apropriado, é submetido a transformações gasosas e passa pelo ciclo mostrado na figura. Durante o processo $A-B$, o gás absorve 2100 cal e a expansão $B-C$ é adiabática. Sabendo que o trabalho líquido realizado durante o ciclo é de 2000 cal, determine: (considere 1,0 cal = 4,2 J)



(a) A energia transferida pelo sistema, na forma de calor (em joules), durante o processo $C-A$.

Resposta: $\Delta U = Q–W = 0$ (no ciclo) $\Longrightarrow W_{\text{ciclo}} = Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}$. Como $Q_{BC} = 0$ (adiabático), temos: (com 2100 cal = 8820 J e 2000 cal = 8400 J):

$$8400\,\mathrm{J} = 8820\,\mathrm{J} + Q_C A \Longrightarrow \boxed{Q_{CA} = -420\,\mathrm{J}} \tag{5}$$

(b) As temperaturas em B (T_B) e em C (T_C), em função da temperatura em A (T_A).

Resposta: $A-C$ (isobárico):

$$V_A = V_B\frac{T_A}{T_C} \Longrightarrow V_A = 4V_A\frac{T_A}{T_C} \Longrightarrow \boxed{T_C = 4T_A} \tag{6}$$

$A-B$ (isocórico):

$$P_A = P_B\frac{T_A}{T_B} \Longrightarrow P_A = 2P_A\frac{T_A}{T_B} \Longrightarrow \boxed{T_B = 2T_A} \tag{7}$$

$$\frac{T_C}{T_B} = \frac{4T_A}{2T_A} \Longrightarrow \boxed{T_C = 2T_A} \tag{8}$$